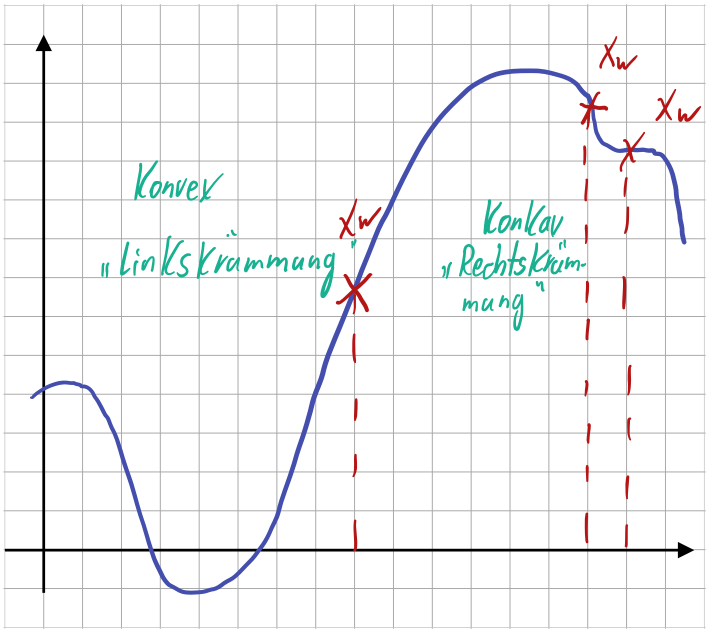
1.10. Wendestellen/ - punkte + Krümmungsverhalten von Funktionen

(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab!)

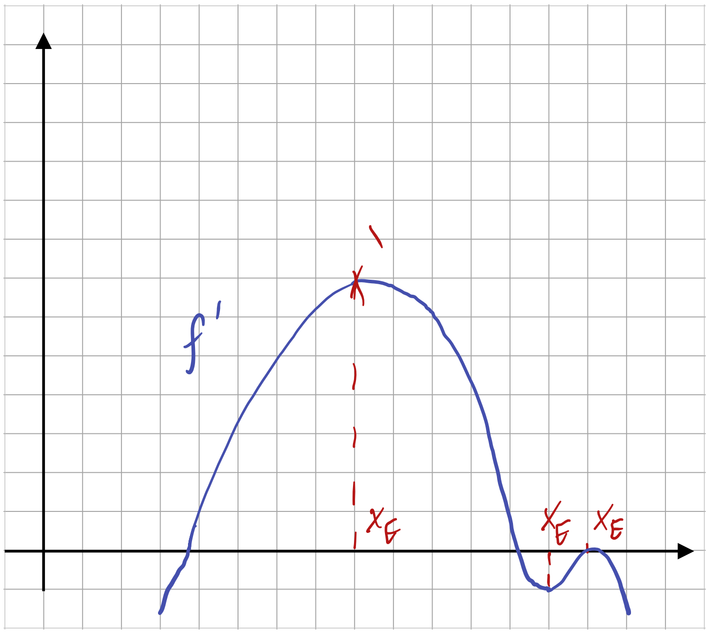
BEISPIEL

(Fertigen Sie die gleiche Skizze wie im Video an und füllen Sie den dazugehörigen Lückentext aus.)

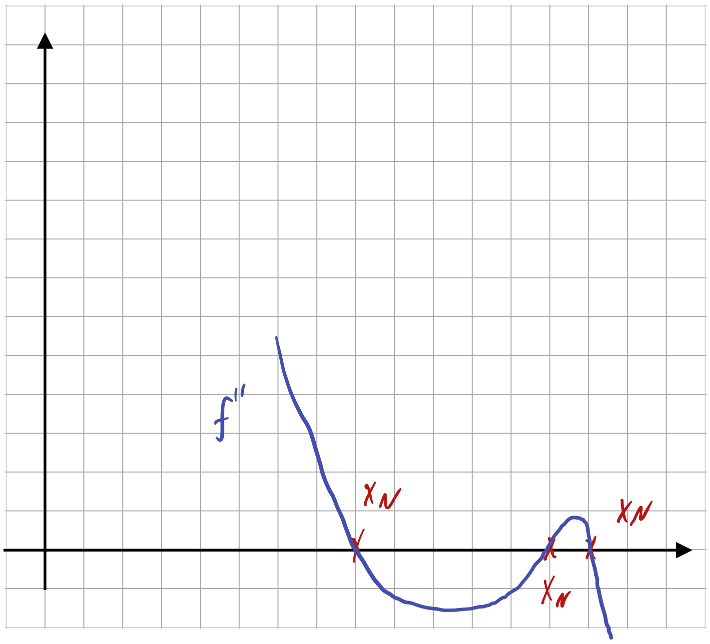


Die Stellen an denen die Funktion f ihr Krümmungsverhalten ändert, nennt man Wendestelle.

Der entsprechende Punkt heißt Wendepunkt.



Die Wendestellen der Funktion f sind die Extremstellen der Funktion f' / ihrer 1. Ableitung.



Die Extremstellen der Funktion f' sind die Nullstellen der Funktion f''. Somit sind die Wendestellen der Funktion f die Nullstellen ihrer 2. Ableitung.

Achtung!

Es können Nullstellen der 2. Ableitung existieren, welche keiner Wendestelle der Ausgangsfunktion entsprechen.

KOCHREZEPT: BESTIMMEN DER WENDEPUNKTE~~PUNKTE~~

(Vervollständigen Sie die Lücken wie im Kochrezept des Videos und führen Sie analog (rechts) die Berechnungen durch.)

Beispiel: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$

1) Notwendige Bedingung: Bestimme die 2. Ableitung der Funktion f

$f''(x) = 0$

x_W... Wendestellen verdächtige Stelle

$f'(x) = x^3 - 2x^2$ $f''(x) = 3x^2 - 4x$

$0 = f''(x)$

$0 = x(3x - 4)$

$x_{W_1} = 0$ $x_{W_2} = \frac{4}{3}$

2) Hinreichende Bedingung: Setze x_W in die 3. Ableitung

- $f'''(x_W) > 0$ => Wendestelle ex.
- $f'''(x_W) < 0$ => Wendestelle ex.
- $f'''(x_W) = 0$ => Keine Aussage

$f'''(x) = 6x - 4$

$f'''(0) = -4$ $f'''\left(\frac{4}{3}\right) = 4$

=> Wendestelle ex => Wendestelle ex.

3) Bestimmen des Wendepunktes: Einsetzen in die Ausgangsfunktion

$W(x_W \mid f(x_W))$

$f(0) = 0$ $f\left(\frac{4}{3}\right)$

$W_1\,(0 \mid 0)$ $W_2\left(\frac{4}{3} \mid -\frac{64}{81}\right)$