1.6. Tangenten & Normalen an Funktionen

(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab!)

EINSTIEGSAUFGABE

Bestimmen Sie **1)** die Tangente und **2)** die Normale der Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ an der Stelle $x_0 = 1$.

Zeichnen Sie analog zum Video die Funktion $f(x)$ und die entsprechende Tangente nach erfolgreicher Berechnung in das vorbereitete Koordinatensystem.

1) KOCHREZEPT *ZUR BESTIMMUNG DER TANGENTE AN DER STELLE EINER FUNKTION*

1) Berechne $f(x_0) = y$

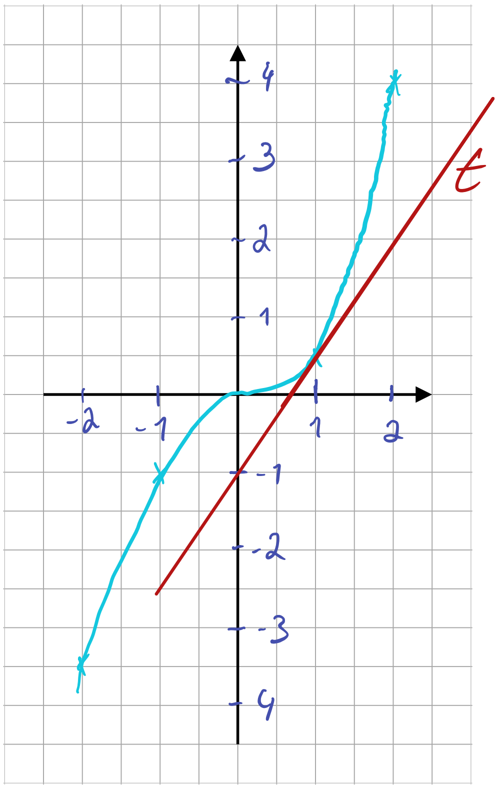
$f(1) = \frac{1}{2} 1^3 = \frac{1}{2}$

2) Bestimme die 1. Ableitung $f'(x)$

$f'(x) = \frac{3}{2} x^2$

3) Bestimme den Anstieg der Tangente $m = f'(x_0)$

$m = f'(1) = \frac{3}{2} \cdot 1^2 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad t: y = \frac{3}{2}x + n$



4) Setze den Punkt $(x_0 | f(x_0))$ in die Tangentengleichung ein und berechne n.

$t: \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 1 + n \quad | -\frac{3}{2}$

$-\frac{2}{2} = n$

$-1 = n$

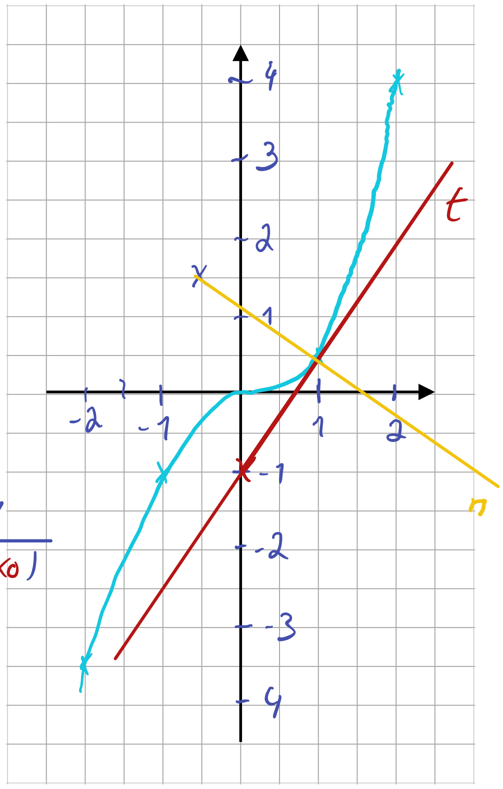
5) Notiere die Gleichung der Tangente

$t: y = \frac{3}{2}x - 1$

2) KOCHREZEPT *ZUR BESTIMMUNG DER NORMALE AN DER STELLE EINER FUNKTION*

1) Berechne $f(x_0) = y$

$$f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^3 = \frac{1}{2}$$



2) Bestimme die 1. Ableitung $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{3}{2} x^2$$

3) Berechne den Anstieg der Normalen $m = \frac{-1}{f'(x_0)}$

$$m = \frac{-1}{\frac{3}{2} \cdot 1} = -\frac{2}{3}$$

$$n: y = -\frac{2}{3}x + n$$

4) Setze den Punkt $(x_0 | f(x_0))$ in die Tangentengleichung ein und berechne n.

$$n: \frac{1}{2} = -\frac{2}{3} \cdot 1 + n \quad \Big| + \frac{2}{3}$$

$$n = \frac{7}{6}$$

5) Notiere die Gleichung der Normalen

$$n: y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{6}$$

STEIGUNGSWINKEL

$$\boxed{\tan(\alpha) = m \qquad \alpha = \tan^{-1}(\alpha) \qquad m = f'(x_0)}$$

Beispiel:

$$\tan(\alpha) = \frac{3}{2} \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \approx 56{,}31^\circ$$