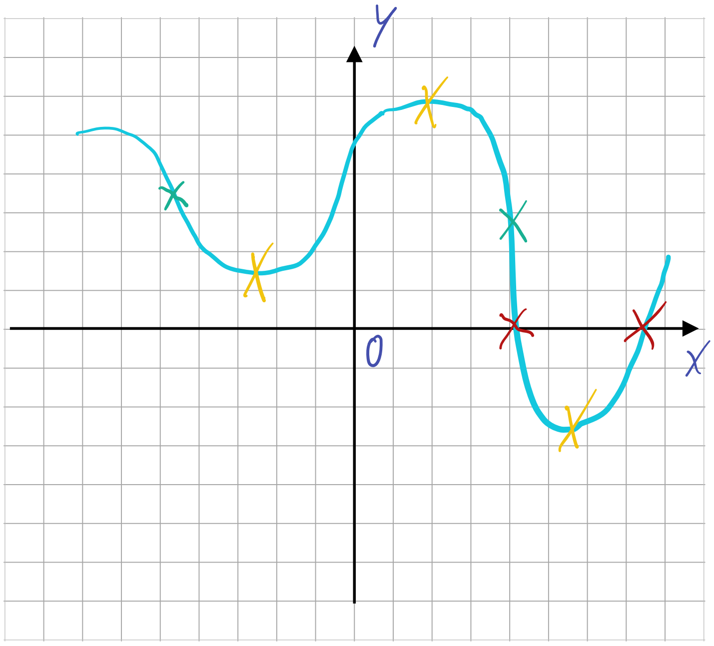
1.8. Extrempunkte von Funktionen

(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab!)

MARKANTE PUNKTE EINER FUNKTION
(Fertigen Sie die gleiche Skizze wie im Video an.)



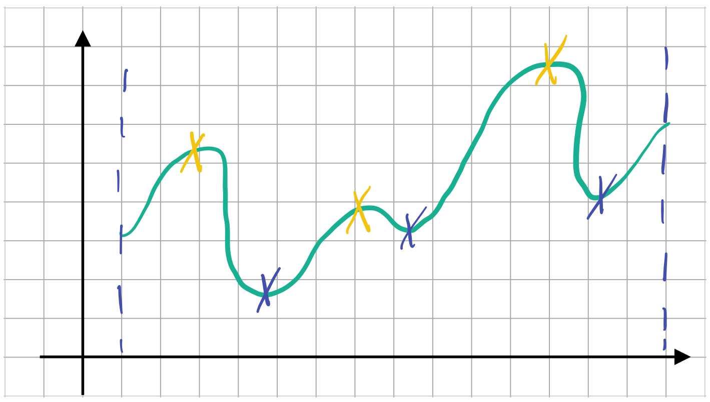
Stellen zu den markanten Punkten:

1) Nullstellen
2) Extremstellen
3) Wendestellen

EXTREMPUNKTE

Minimum / Maximum

$E(x_E \mid f(x_E))$



Extremstelle

Extremwert/ Extremum

Minimumstelle — Minimum

Maximumstelle — Maximum

DEFINITION: MINIMUM & MAXIMUM

Die Funktion f sei auf einem Intervall I definiert. Der Funktionswert $f(x_E)$ heißt:

lokales Minimum — lokales Minimum

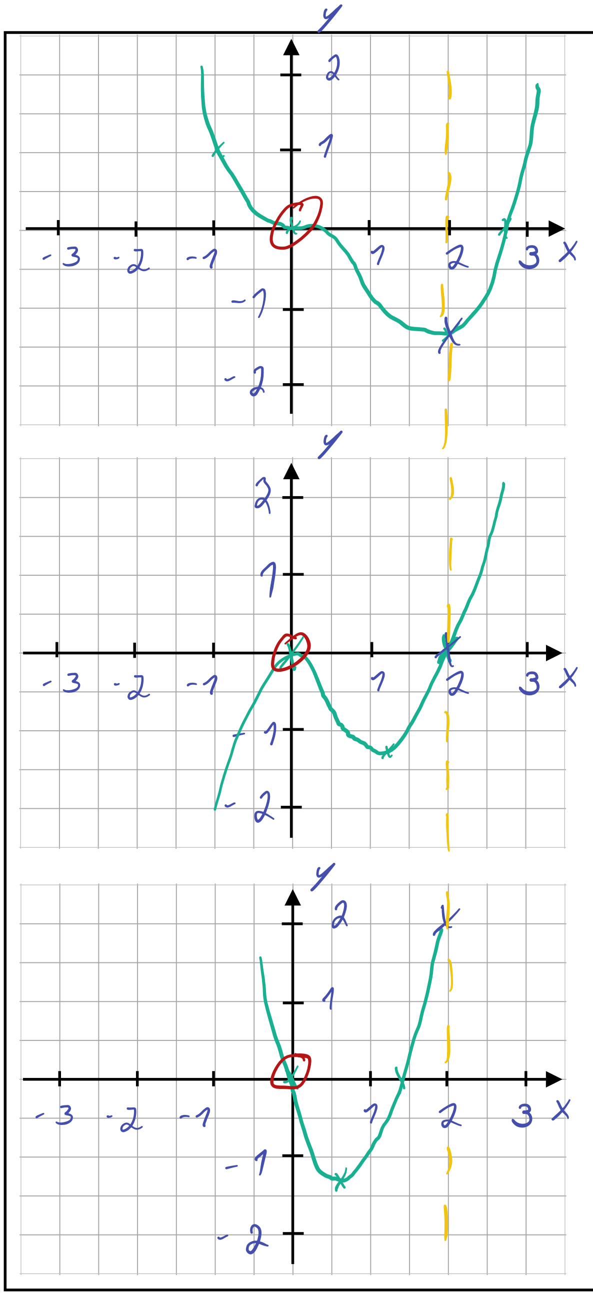
von f, wenn es eine Umgebung $U(x_E)$ gibt, sodass für alle Werte x auf $U(x_E) \cap I$ gilt:

$f(x) \geq f(x_E)$ — $f(x) \leq f(x_E)$

KOCHREZEPT: BESTIMMEN DER EXTREMPUNKTE

(Fertigen Sie rechts im Kasten die Skizze der Beispielfunktion und deren Ableitungen wie im Video an. Vervollständigen Sie links und unten die Lücken wie im Kochrezept des Videos und führen Sie analog die Berechnungen durch.)

Beispiel: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$



1) Notwendige Bedingung: Bestimme die Nullstellen der ersten Ableitung

$f'(x) = 0$

$x_{E...}$ Extremwertverdächtige Stelle

Berechnung:

$0 = f'(x)$

$0 = x^3 - 2x^2$

$0 = x^2(x-2)$

$x_{E_1} = 0$ $\qquad x - 2 = 0$

$\qquad x_{E_2} = 2$

2) Hinreichende Bedingung: Setze x_E in die 2. Ableitung

- $f''(x_E) > 0$ Minimum
- $f''(x_E) < 0$ Maximum
- $f''(x_E) = 0$ => Keine Aussage

Berechnung:

$f''(x) = 3x^2 - 4 \cdot x \qquad x_{E_1} = 0 \qquad x_{E_2} = 2$

$f''(0) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 = 0 - 0 = 0$

=> Keine Aussage mögl.

$f''(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 = 12 - 8$

$= 4 > 0$

=> Minimum

3) Bestimmen des Extrempunktes: Einsetzen von x_E in die Ausgangsfunktion

$E(x_E \mid f(x_E))$

Berechnung:

$x_{min} = 2$

$f(2) = \frac{1}{4} \cdot 2^4 - \frac{2}{3} \cdot 2^3$

$= 4 - \frac{16}{3} = -\frac{4}{3}$

$E_{min}\left(2 \mid -\frac{4}{3}\right)$