

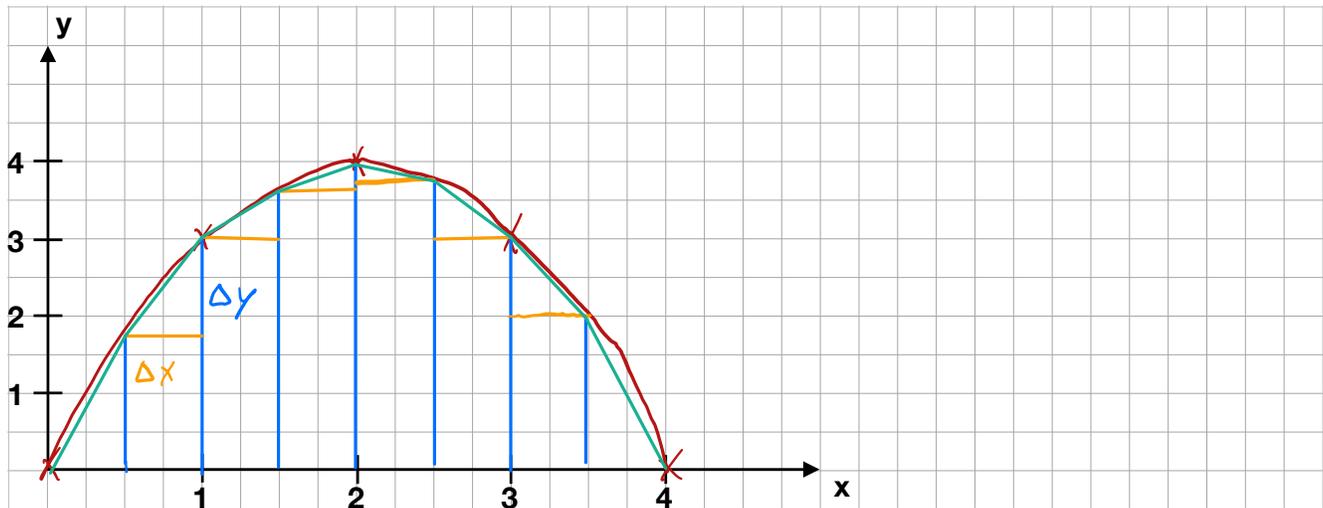
5.5. Berechnung der Bogenlänge einer Funktion



(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab!)

BEISPIEL:

Zeichne die Funktion $f(x) = -x^2 + 4x$ und bestimme näherungsweise das Bogenmaß der Funktion zwischen den beiden Nullstellen, analog zum Vorgehen im Video. Verwende auch die gleichen Farben wie im Video.



$$s_2 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$s_2 = \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \cdot \Delta x^2$$

$$s_2 = \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \cdot \Delta x \Rightarrow \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx \text{ mit } \Delta x = b - a$$

FORMEL FÜR DIE BERECHNUNG DER BOGENLÄNGE

Der Wert der Bogenlänge einer stetigen und auf dem Intervall $[a;b]$ differenzierbaren Funktion, lässt sich berechnen durch:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

BEISPIEL

$$f(x) = -x^2 + 4x \quad a = 0 \quad b = 4$$
$$f'(x) = -2x + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x)^2 = 4x^2 - 16x + 16$$
$$s = \int_0^4 \sqrt{4x^2 - 16x + 16} \, dx$$

$$\underline{\underline{s \approx 9,29}}$$

ÜBUNGSAUFGABEN

Bestimmen Sie die Bogenlänge der Funktion $f(x)$ im gegebenen Intervall I

1. $f(x) = \sqrt{x}$, $I = [0; 9]$

7. $f(x) = x^5 - 2x^2$, $I = [-2; 3]$

2. $f(x) = 2x - x^2$, $I = [0; 4]$

8. $f(x) = x + 2$, $I = [-3; 1]$

3. $f(x) = 3x^2 - 6x$, $I = [-2; 2]$

9. $f(x) = 5x^2 + 3$, $I = [0; 9]$

4. $f(x) = x^2 + 1$, $I = [1; 2]$

10. $f(x) = -2x + 1$, $I = [-1; 3]$

5. $f(x) = 4x^2 - 2x + 1$, $I = [-1; 3]$

11. $f(x) = 2x^3 + 2$, $I = [-8; 0]$

6. $f(x) = x^3 - 2x$, $I = [-4; 0]$

12. $f(x) = -2x^2 + 4$, $I = [-2; 2]$

Interaktiv = Berechnung > Linie > arken

AH: S. 77 / A3, A5
A9 a)-c)