

5.3. Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

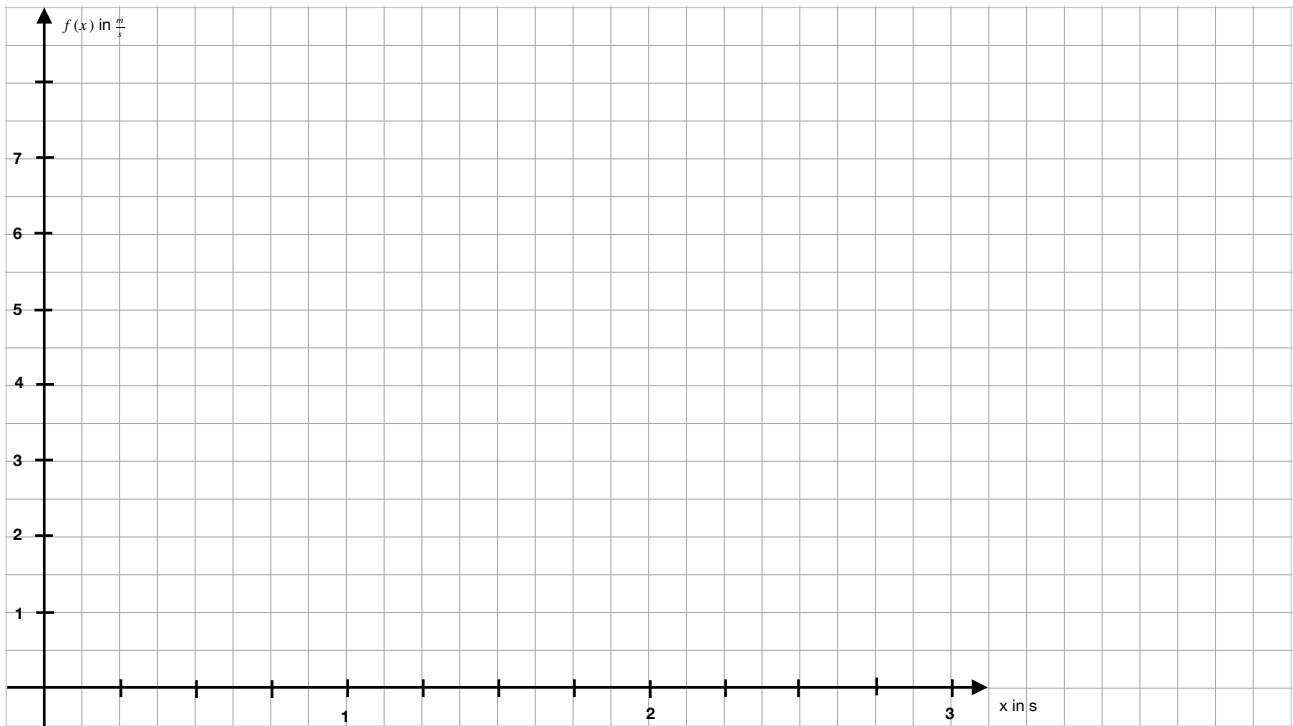


(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab!)

EINSTIEG:

Die Startgeschwindigkeit eines Radfahrers kann in den ersten 3 Sekunden durch die Funktion $f(x) = x^5 - 3x^4 + 10x$ beschrieben werden.

Skizze: Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an. Markieren Sie die Stelle von $x = 2,5$ analog zum Video.

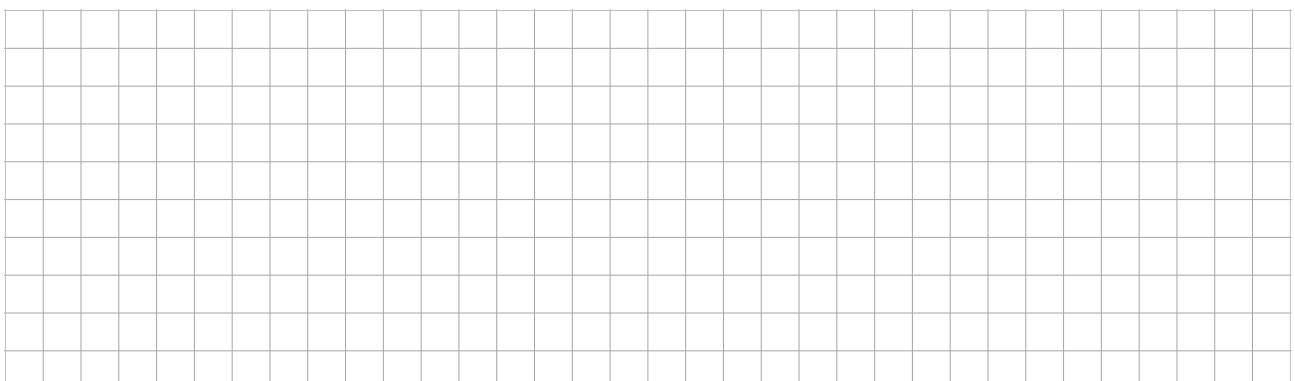


Aufgabenstellung: Bestimmen Sie die Strecke, welche nach 2,5 Sekunden zurückgelegt wurde.

HAUPTSATZ DER DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG

Ist F eine _____ einer Funktion f im Intervall _____, so gilt:

Berechnung am Beispiel des Radfahrers: $f(x) = x^5 - 3x^4 + 10x$ $[0; 2,5]$
 (analog zum Beispiel im Video)



NUTZEN:

Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung oder auch der _____
der Analysis führt die Berechnung _____ Integrale auf die Berechnung _____
Integrale (Stammfunktionen) zurück.

Er gilt unter der Voraussetzung, dass _____ eine _____ der stetigen Funktion $f(x)$
ist.

RECHENREGELN

$$\bullet \int_a^a f(x) dx =$$

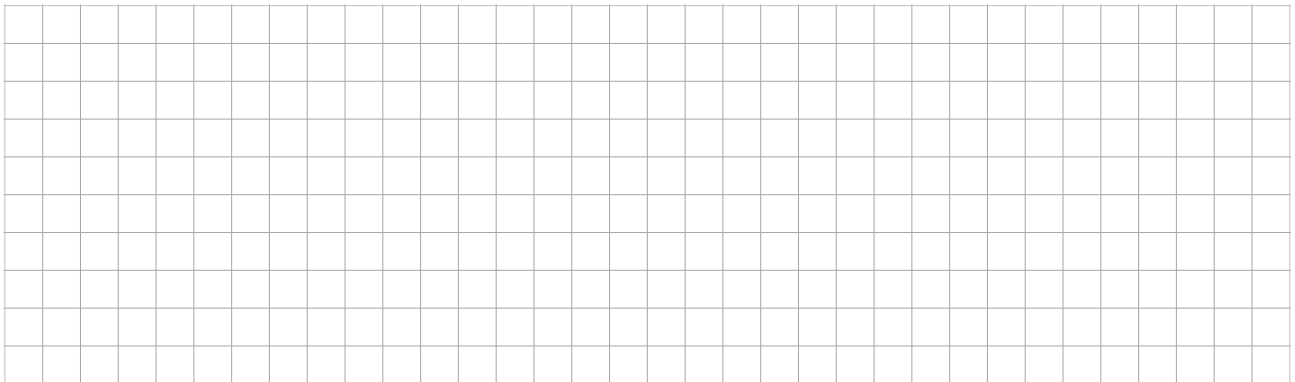
$$\bullet \int_a^b f(x) dx =$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx =$$

$$\bullet \int_a^b k \cdot f(x) dx =$$

$$\bullet \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx =$$

Beispielaufgabe: Berechnen Sie den Flächeninhalt den der Graph von $f(x) = 2x^2$ mit der x-Achse im
Intervall a) $-1 \leq x \leq 1$ und b) $0 \leq x \leq 2$ einschließt.



AUFGABEN

Bestimmen Sie das bestimmte Integral mit der Hilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung.

(Hinweis: Der Flächeninhalt unterhalb der x-Achse nimmt einen negativen Wert an)

Die Lösungen werden am Ende des Videos eingeblendet.

a) $\int_{-2}^3 x^2 dx$

d) $\int_0^8 (e^x + 2x) dx$

b) $\int_{-1}^2 (x^4 - 7x^3) dx$

e) $\int_{-1}^5 \left(\frac{1}{5}x^3 - \frac{2}{5}x + 2\right) dx$

c) $\int_{-2}^2 (x^5 + 7x^3) dx$

f) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) + 1 dx$