1.2. Stetigkeit von Funktionen

(Die Beispiele weichen von den Zahlenbeispielen im Video ab! Versuche zur Veranschaulichung die selben Farben wie im Video zu wählen)

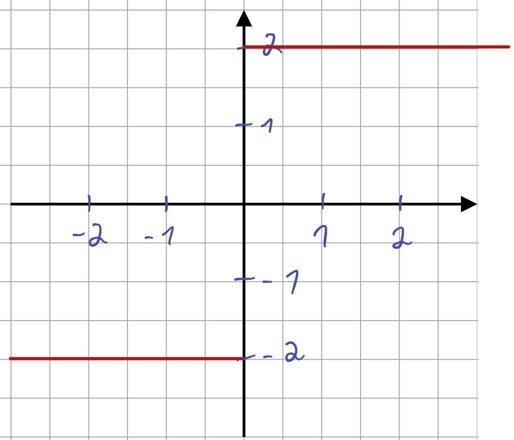
EINSTIEGSBEISPIEL

„Romeo und Julia wollen sich heimlich treffen. Da Ihre Familien in der Mathematik nur wenig bewandert sind, haben sie sich entschieden Funktionen abzulaufen. Notiere dir, ob ein Treffen möglich ist?“

<u>Versuch 1:</u> $f(x) = \dfrac{2x}{|x|}$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 2$

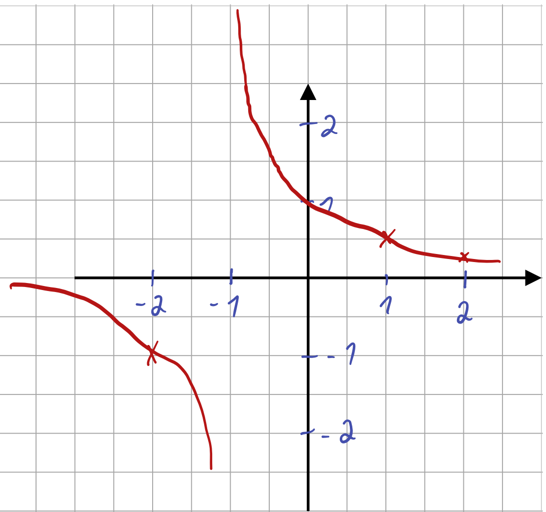
$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -2$



<u>Versuch 2:</u> $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \infty$

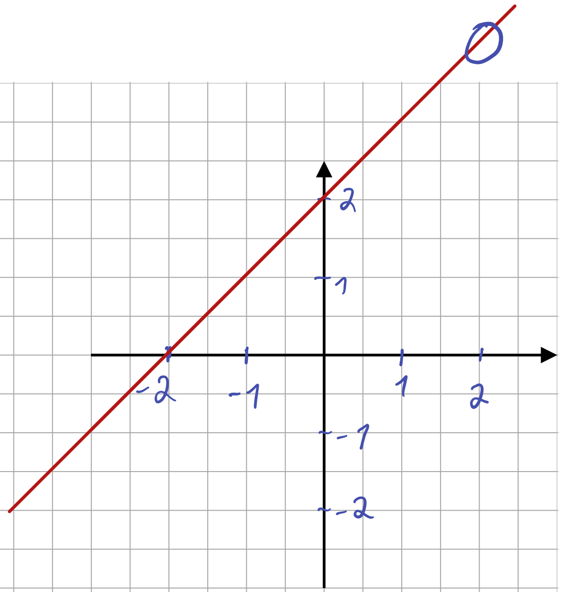


Versuch 3: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (x+2)}{\cancel{(x-2)}} = 4$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (x+2)}{\cancel{(x-2)}} = 4$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 2} f(x) = 4$



—> Romeo und Julia können sich treffen, wenn die Funktion stetig ist.

DEFINITION: „STETIGKEIT“

1) Eine Funktion f ist stetig an der Stelle x_0, wenn gilt:

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_o)$$

(Grenzwert von links) (Grenzwert von rechts)

2) Eine Funktion heißt stetig, wenn sie an jeder Stelle $x \in \mathbb{R}$ stetig ist.

AUFGABEN

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit. Geben Sie gegebenenfalls an, an welchen Stellen die Funktion nicht stetig ist. (Die Lösungen sind am Ende des Videos)

1. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ stetig
2. $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$ stetig
3. $f(x) = \frac{x^2 + 25}{x - 4}$ unstetig $x \neq 4$
4. $f(x) = \frac{x^2 - 18x + 81}{x - 9}$ stetig
5. $f(x) = \frac{x^2 + 8x + 16}{x - 4}$ unstetig $x \neq 4$
6. $f(x) = \frac{(x + 11) \cdot (x - 11)}{(x + 11)}$ stetig